

1 (1)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & 2+6-5 \\ & =8-5 \\ & =3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{3(2x-y)}{5 \times 3} - \frac{5(x+y)}{3 \times 5} \\ & = \frac{6x-3y}{15} - \frac{5x+5y}{15} \\ & = \frac{(6x-3y)-(5x+5y)}{15} \\ & = \frac{(6x-5x)+(-3y-5y)}{15} \\ & = \frac{x-8y}{15} \end{aligned}$$

③ 計算の結果は負

$$\begin{aligned} & -\frac{6a^2 \times 4a^2b}{2ab} \\ & = -12a^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ & = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

(2) n も $n+2$ も自然数であるから、

ウ $5n$ と エ $5(n+2)$ は5の倍数を表す。

ア、イが正答とならないことは「反例」を示すことで判断することができる。

反例

ア $n=1$ のとき $n+5=6$ (5の倍数でない)

イ $n=3$ のとき $\frac{1}{5}n = \frac{3}{5}$ (5の倍数でない)

(3) 下段の等式の両辺に 10 をかけると

$$\begin{cases} 4x+5y=15 \cdots \textcircled{1} \\ 3x+5y=10 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① - ② により $x=5$

これを ① に代入して

$$\begin{aligned} 4 \times 5 + 5y &= 15 \\ 5y &= 15 - 20 \\ &= -5 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

(4) 両辺を展開して

$$x^2 + 10x + 25 = 3x + 21$$

整理すると

$$x^2 + 7x + 4 = 0$$

2 次方程式の解の公式を用いて

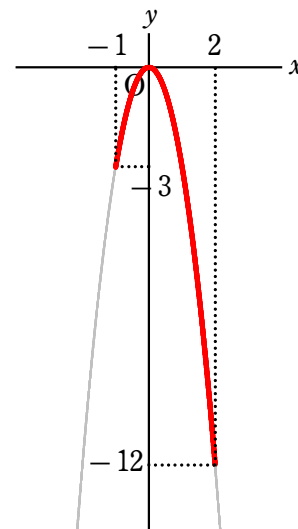
$$\begin{aligned} x &= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{2} \end{aligned}$$

(5) $x = -1$ のとき $y = -3 \times (-1)^2 = -3$

$x = 2$ のとき $y = -3 \times 2^2 = -12$

よってグラフは図の実線部分である。

したがって y の変域は $-12 \leq y \leq 0$



(6) 平行線の錯角より $\angle ACE = \angle CED \dots \textcircled{1}$

線分 AC は円の直径だから $\angle ABC = 90^\circ \dots \textcircled{2}$

円周角の定理より

$$\angle ABE = \angle ACE \dots \textcircled{3}$$

$$\angle CBD = \angle CED \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ から $\angle ABE = \angle CBD = \angle ACE$

$\angle ABC = \angle ABE + \angle EBD + \angle CBD = 90^\circ$ より

$$2\angle ACE + 40^\circ = 90^\circ, \quad \angle ACE = 25^\circ$$

(7) 得点の組み合わせ (a, b, c) は全部で 8 通り。

$c = ab$ となるのは $(1, 1, 1), (2, 1, 2), (1, 2, 2)$ の 3 通りだから

求める確率は $\frac{3}{8}$

(8) [i] $AP = BP$ となる点 P は 線分 AB の垂直二等分線上にある

[ii] $\angle ABP = \angle CBP$ となる点 P は $\angle ABC$ の角の二等分線上にある

2 (1)

① (平均値) = $\frac{1 \times 4 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 2 + 6 \times 2 + 7 + 9 + 10}{20} = 3.7$ (冊)

② 最小値は 0

第1四分位数は $\frac{1+1}{2} = 1$

中央値は $\frac{3+4}{2} = 3.5$

第3四分位数は $\frac{5+6}{2} = 5.5$

最大値は 10

これを表しているのは ウ

(2) 「2組」について 「3組」について

| | | | |
|--------|------|--------|----|
| 最小値 | 0 | 最小値 | 2 |
| 第1四分位数 | 5 | 第1四分位数 | 3 |
| 中央値 | 6.5 | 中央値 | 5 |
| 第3四分位数 | 8.5 | 第3四分位数 | 7 |
| 最大値 | 9 | 最大値 | 10 |
| (四分位範囲 | 3.5) | (四分位範囲 | 4) |

(以下、「データを左から小さい順に並べたときの、左から○番目」を「○番目」と表記する。)

ア 四分位範囲は「2組」より「3組」の方が大きいから適切。

イ 「2組」の第3四分位数と「3組」の中央値は同じではないから適切でない。

ウ この図から、2組で2冊借りた生徒がいるかどうかはわからないから適切でない。

エ a) 第1四分位数が5 \Rightarrow 5以上のデータが15個以上であることを表す

b) 中央値が3で第1四分位数が3，最小値が2

\Rightarrow 5以上のデータが10個以上14個以下であることを表す

a), b) より，問題の数は2組より3組の方がつねに少ないから適切。

参考 **公式** 四分位数の公式

N 個のデータの Q_1 (第1四分位数), Q_2 (中央値), Q_3 (第3四分位数) は小さい方から何番目?

$$N \text{ が偶数のとき } Q_1 \frac{N+2}{4}, Q_2 \frac{N+1}{2}, Q_3 \frac{3N+2}{4} \text{ 番目}$$

$$N \text{ が奇数のとき } Q_1 \frac{N+1}{4}, Q_2 \frac{N+1}{2}, Q_3 \frac{3N+3}{4} \text{ 番目}$$

- 3** (1) 問題の条件から, 4つの数が素数となるとき, その4数は「真ん中」以外の数であり, 真ん中の数は偶数である。

真ん中の数が 9 から 13, 16 から 20, 23, 24 のいずれかであり, ほかの4数が素数となるのは, 真ん中の数が 12 のときだとわかる。

別解 素数の問題ならこれを使え!

真ん中の数を n とすると 4数はそれぞれ

$$n-7, n-1, n+1, n+7 \text{ と表すことができる。}$$

5以上の自然数が素数となりうる条件は $6N \pm 1$ (N は自然数) であるから, 真ん中の数は 6 の倍数である。

6 の倍数のうち, 真ん中の数になりうるのは 12, 18, 24

このうち, ほかの4数が素数となるのは 12 のときのみ。

(**注意** $6N \pm 1$ のときつねに素数 というわけではない!)

- (2) (1) の通り

$$\begin{aligned} & (n-1)(n+1) - (n-7)(n+7) \\ &= (n^2-1) - (n^2-49) \\ &= 48 \end{aligned}$$

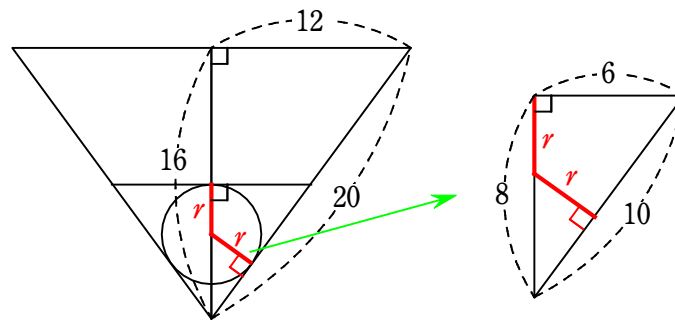
(n の値にかかわらず, つねに 48 となる)

- 4 立体が「接する」という条件から立面図をかきことができるかどうか。
 演習量が十分の中3生(受験生)なら、迷わずこれができるのではないかな?

- (1) 半径が 12 cm の円の周の長さは

$$2 \times \pi \times 12 = 24\pi \text{ (cm)}$$

- (2) 図を見よ!(立体の立面図)



三平方の定理より、母線の長さは 20 cm

図から $(8-r) : r = 10 : 6$

$$10r = 6(8-r)$$

$$r = 3 \text{ (cm)}$$

- (3) 水と鉄球がある部分を円錐とみると、その体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

鉄球の体積は $\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

水の体積 $V = 96\pi - 36\pi = 60\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

- 5 「点 C は点 B と y 軸について対称」 \Rightarrow 点 B の x 座標は 4
 「点 B の x 座標は点 A の x 座標と等しい」 \Rightarrow 点 A の x 座標は 4

(1) 点 A (4, 4) は関数 $y = ax^2$ のグラフ上の点だから

$$4 = a \times 4^2, \quad a = \frac{1}{4}$$

(2) $\triangle ACB = \frac{1}{2} \times BC \times AB = 24$ であり

$$BC = 8 \text{ だから } AB = 6$$

よって点 B の y 座標は -2 である。

$y = bx^2$ に $x = 4, y = -2$ を代入して

$$-2 = 16b, \quad b = -\frac{1}{8}$$

(3) $\triangle ACP = \triangle ACB - (\triangle PAB + \triangle PBC)$ と考えることができる。

点 P の x 座標を x とすると

$$\triangle PAB = \frac{1}{2} \times AB \times (\text{高さ})$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times (4 - x)$$

$$= 3(4 - x)$$

$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times BC \times (\text{高さ})$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times \left\{ -\frac{1}{8}x^2 - (-2) \right\}$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 16) \quad \left[\frac{1}{2}(4 - x)(x + 4) \right]$$

$$\triangle PAB + \triangle PBC = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 20$$

また $\triangle ACP = \frac{1}{3} \triangle ACB = 8$ だから

$$8 = 24 - \left(-\frac{1}{2}x^2 - 3x + 20 \right) \text{ が成り立ち}$$

これを解くと $x^2 + 6x - 8 = 0$

$$x = -3 \pm \sqrt{17}$$

$0 \leq x \leq 4$ だから $x = -3 - \sqrt{17}$ は問題に適さない。

したがって $x = -3 + \sqrt{17}$

6 (1) (略)

(2) (図をみよ！ 単位 cm は省略)

$\triangle ADE$ と $\triangle DCE$ において

$\angle ADE = \angle DCE$, $\angle DAE = \angle CDE$ だから

$\triangle ADE \sim \triangle DCE$ であり, その相似比は $10 : 5 = 2 : 1$

$$DE : CE = 2 : 1$$

$$5 : CE = 2 : 1$$

$$CE = \frac{5}{2}$$

$$BE = BC - \frac{5}{2}$$

$$= 10 - \frac{5}{2}$$

