

1 (1)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & -5+1-(-12) \\ & = -5+1+12 \\ & = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{3x+y}{2} - \frac{x+y}{3} \\ & = \frac{3(3x+y)}{2 \times 3} - \frac{2(x+y)}{2 \times 3} \\ & = \frac{(9x+3y)-(2x+2y)}{6} \\ & = \frac{9x-2x+3y-2y}{6} \\ & = \frac{7x+y}{6} \end{aligned}$$

③ 負の因数が偶数個だから、計算の結果は正の数である。

$$\begin{aligned} & -ab^2 \div \frac{2}{3}a^2b \times (-4b) \\ & = ab^2 \times \frac{3}{2a^2b} \times 4b \\ & = \frac{3 \times 4 \times ab^2 \times b}{2a^2b} \\ & = \frac{6b^2}{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \frac{8}{\sqrt{12}} + \sqrt{50} \div \sqrt{6} \\ & = \frac{8}{2\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{50}{6}} \\ & = \frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{3}} \\ & = \frac{9}{\sqrt{3}} \\ & = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

- (2) 生徒 30 人の通学時間の合計についての等式

$$23a + 7b = 30 \times 14$$

を b について解く。

$$23a + 7b = 420$$

$$7b = -23a + 420$$

$$b = -\frac{23}{7}a + 60$$

- (3) ア～エ, それぞれについて『平行四辺形になるための条件』を満たすかどうかを調べる。

「ア 4つの角がすべて直角である四角形」

→ 『2組の対角がそれぞれ等しい』

「エ 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形」

→ 『対角線がそれぞれの中点で交わる』

- (4) 共通な因数をくくり出す方法 と 因数分解の公式 を適用する。

$$\begin{aligned} & 8a^2b - 18b \\ &= 2b(4a^2 - 9) \\ &= 2b\{(2a)^2 - 3^2\} \\ &= 2b(2a + 3)(2a - 3) \end{aligned}$$

- (5) 2つの方程式 $3x + 2y + 16 = 0$, $2x - y + 6 = 0$ のグラフの交点 A の座標を求める。

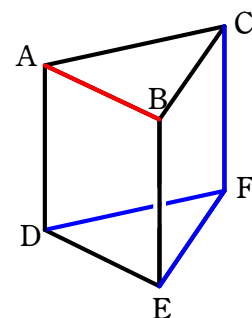
$$\begin{cases} 3x + 2y + 16 = 0 \\ 2x - y + 6 = 0 \end{cases} \text{ を解いて } x = -4, y = -2$$

直線 $ax + y + 10 = 0$ が点 A を通るから, この式に $x = -4$, $y = -2$ を代入して

$$a \times (-4) + (-2) + 10 = 0, \quad a = 2$$

- (6) 「辺 AB とねじれの位置にある」 \Leftrightarrow 「辺 AB と平行でなく交わらない」

これを満たすのは 辺 CF, 辺 DF, 辺 EF



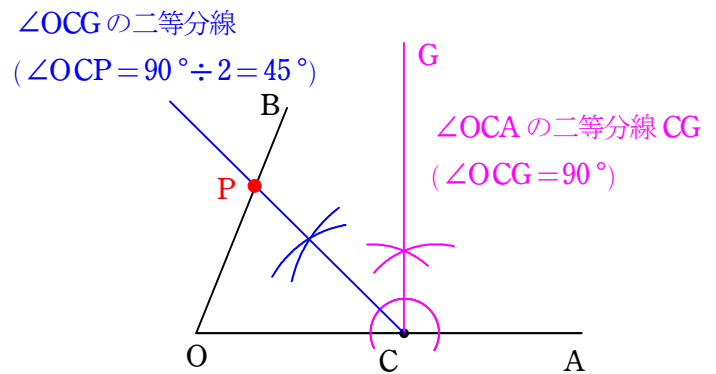
(7) B 中学校の得点のデータを小さい順に並べると

2, 2, 3, 4, 4, 6, 7, 8, 9, 10

最小値は 2, 第1四分位数は 3, 中央値は 5

第3四分位数は 8, 最大値は 10

(8) 45° は 90° の半分だから, $\angle OCG$ (直角) の二等分線をかく。



2 (1) 図1から,

畑の縦の長さは $(14-x)$ m … ア

横の長さは $(18-x)$ m … イ

(2) 縦方向の道は, 縦の長さが 14 m

横の長さが x m の長方形で,

その面積は $14x$ m² … ウ

横方向の道は, 縦の長さが x m

横の長さが 18 m の長方形で,

その面積は $18x$ m² … エ

と考えることができる。

道の面積は, これら 2 つの長方形の面積の和から

図2の斜線部分の面積 x^2 m² を引いた差に等しい。

(畑の面積)=(長方形の面積)-(道の面積) より

$$14 \times 18 - (14x + 18x - x^2) = 192$$

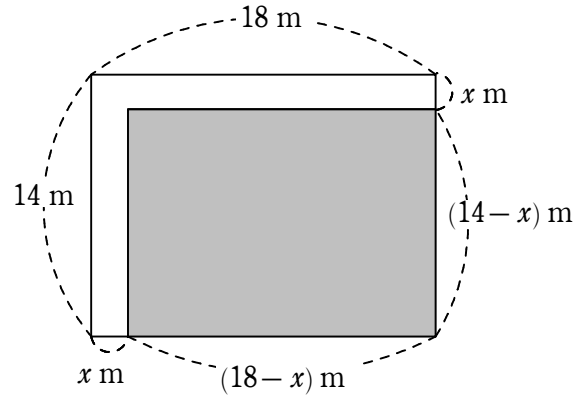


図1

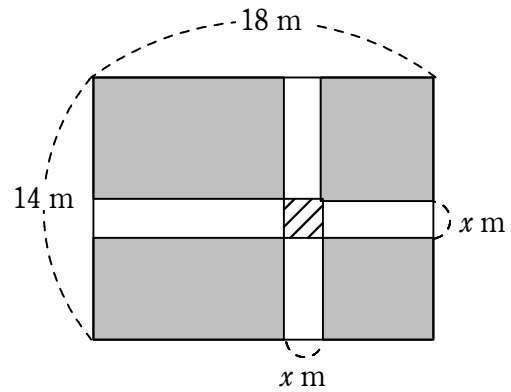


図2

(3) ア, イから $(14-x)(18-x) = 192$

$$252 - 32x + x^2 = 192, \quad x^2 - 32x + 60 = 0 \quad \dots \text{X}$$

または ウ, エから $14 \times 18 - (14x + 18x - x^2) = 192$

$$252 - 14x - 18x + x^2 = 192, \quad x^2 - 32x + 60 = 0 \quad \dots \text{X}$$

方程式を解いて

$$(x-2)(x-30) = 0, \quad x = 2, 30$$

道幅 x m は, 長方形の短い方の辺より短いため $0 < x < 14 \dots \text{①}$

方程式の 2 つの解のうち, ① を満たすのは $x = 2$

3 (1) 1回目に出た目を a , 2回目に出た目を b として, さいころを2回投げた後のそれぞれの箱の玉の個数について式をつくと

A ... $6 - a + b$ はじめに6個あり, a 個を取り b 個を加えた

B ... $5 + a - b$ はじめに5個あり, a 個を加え b 個を取った

a と b は6までの自然数で, その組の総数は $6 \times 6 = 36$

A について $6 - a + b = 5$ となる場合を考えると

$a - b = 1$ より これを満たす (a, b) は

$(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$ の5通り

求める確率は $\frac{5}{36}$

(2) (1) でつくった等式を使う。

「箱 A に入っている玉の個数が, 箱 B に入っている玉の個数より多くなる」

↓

「 $6 - a + b > 5 + a - b$ 」

この不等式を整理して $2a - 2b < 1$ すなわち $2(a - b) < 1$ $\left\{ a - b < \frac{1}{2} \right\}$

これは, a から b を引いた差の2倍が1より小さくなることを表している。

(a と b は自然数だから $a \leq b$ と考えてよい)

その組を書き出すと

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)$

$(2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)$

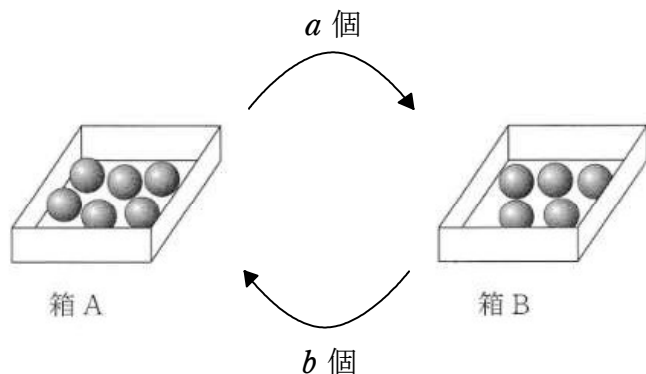
$(3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)$

$(4, 4), (4, 5), (4, 6)$

$(5, 5), (5, 6)$

$(6, 6)$

21通りだから求める確率は $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$



4 平面 P, Q の面積は底面の正方形の半分で 200 cm^2

(1)

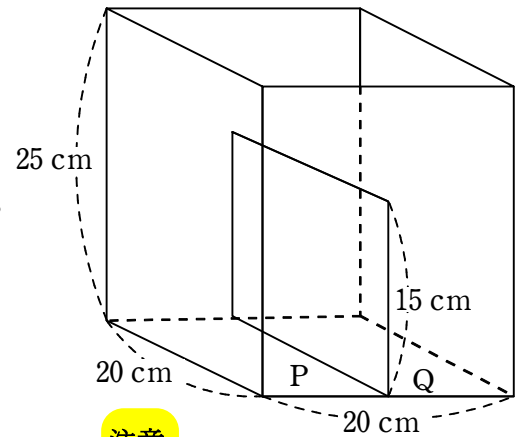
あ 底面積が 200 cm^2 , 高さが 15 cm の直方体の形をした容器 (面 P 側) に毎秒 100 cm^3 ずつ水が入るから, y は毎秒 0.5 cm ずつ増加し, 30 秒後にこの変化は終わる。
→ グラフは, 傾きが 0.5 の直線 ($0 \leq x \leq 30$)

い 次に, 面 P 側からあふれた水は, 面 Q 側に毎秒 100 cm^3 ずつ入るから, y は 30 秒間変化しない。

→ グラフは, x 軸に平行な直線 ($30 \leq x \leq 60$)

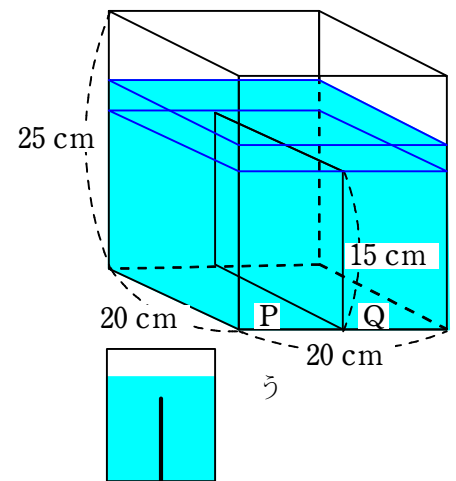
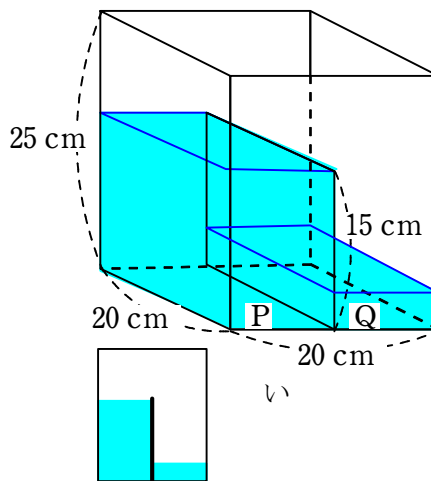
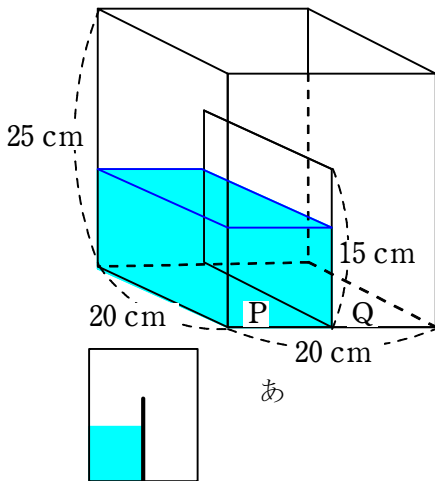
う その後, 底面が 400 cm^2 , 高さが 10 cm の直方体の形をした容器に毎秒 100 cm^3 ずつ水が入るから, 毎秒 0.25 cm ずつ y は増加し, 40 秒後にこの変化は終わる。(満水)

→ グラフは, 傾きが 0.25 の直線 ($60 \leq x \leq 100$)



注意

仕切りは底面の辺の中点を共有するとは限らない。
(正方形の対角線の交点を共有する)



(2)

① 面 Q 側が満水になるのは $x = (200 \times 15) \div 300 = 10$ のときである。

$0 \leq x \leq 10$ では, 底面積が 200 cm^2 の直方体の形をした容器に毎秒 100 cm^3 ずつ水が入ることになるから, 毎秒 0.5 cm ずつ y は増加する。(面 Q 側の影響はない)

$10 \leq x \leq 15$ では, 底面積が 200 cm^2 の直方体の形をした容器に毎秒 400 cm^3 ずつ水が入ることになるから, 毎秒 2 cm ずつ y は増加する。

$$x = 12 \text{ のとき, } y = 0.5 \times 10 + 2 \times (12 - 10) = 9$$

② ① から $a = 0.5$, $b = 2$, $15 \leq x \leq 25$ では, 底面積が 400 cm^2 の直方体の形をした容器に毎秒 400 cm^3 ずつ水が入ることになるから, $c = 1$

したがって $a < c < b$

5 (1) 点 C の x 座標は 3 だから、 $y = -\frac{1}{3}x^2$ に $x=3$ を代入して

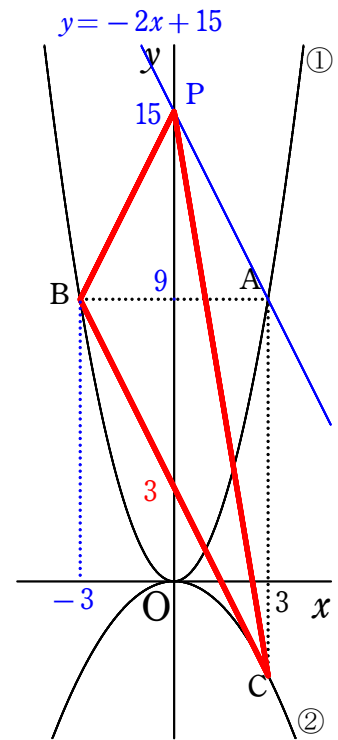
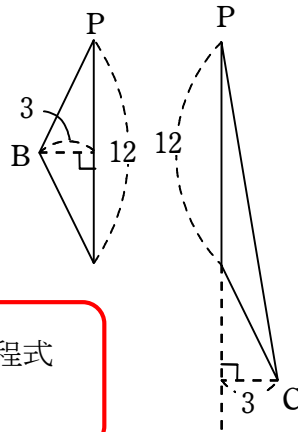
$$y = -\frac{1}{3} \times 3^2 = -3$$

よって $C(3, -3)$

$A(3, 9)$
 $B(-3, 9)$
 $C(3, -3)$

(2) 右の図から、求める面積は、
 底辺が 12、高さが 3 の三角形 と
 底辺が 12、高さが 3 の三角形 の面積の和に等しい。

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 3 \times 2 = 36$$



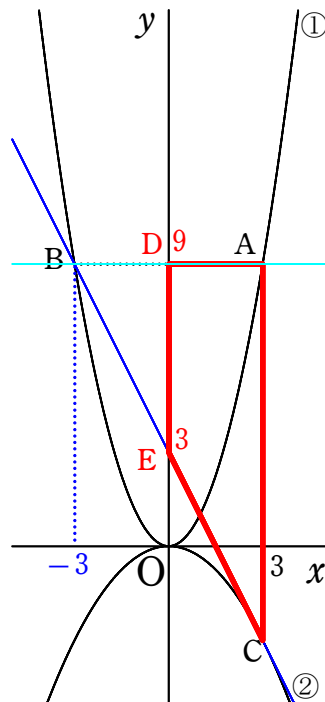
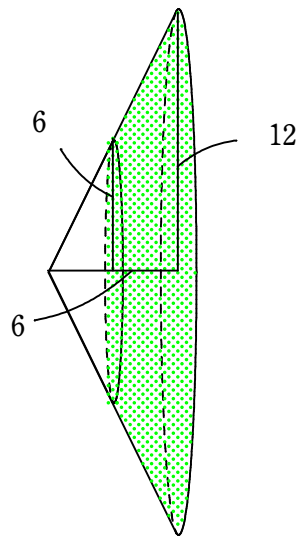
③ 数Ⅱ

点 (a, b) を通り、傾きが m の直線の方程式

$$y - b = m(x - a)$$

(3) 問題の立体は、
 底面の半径が 12、高さが 6 の円錐 から
 底面の半径が 6、高さが 3 の円錐 を
 切り取ったものと考えられる。(2つの円錐は相似)

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 6 - \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 3 = 252\pi$$



6 (1) (略)

(2) (図を見よ) 単位 cm, cm^2 は省略する。

$\triangle EID$ について, 三平方の定理から $IG = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$

$\triangle EID$ は 3 辺が 3 : 4 : 5 の直角三角形である。

また, $\triangle EID \sim \triangle DGH$ であるから, $\triangle DGH$ の 3 辺の長さは正の数 a を用いて

$DG = 3a, GH = 4a, HD = 5a$ と表すことができる。

$HC = 4a$ より $CD = 5a + 4a = 9a = 9, a = 1$

したがって

$DG = 3, GH = 4, HD = 5$

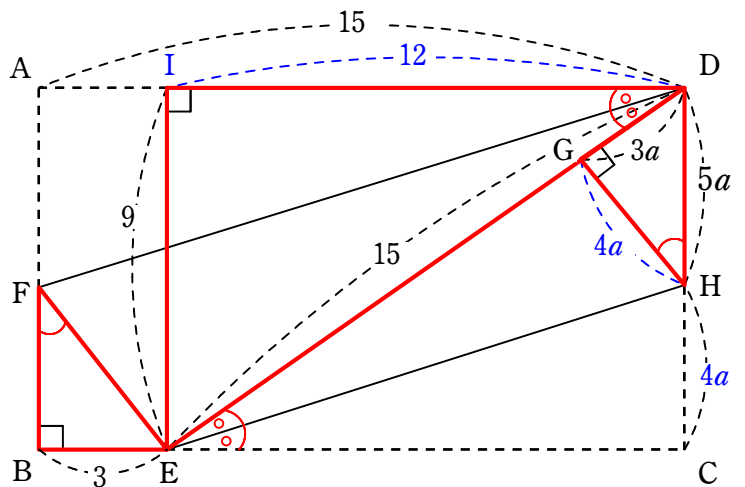
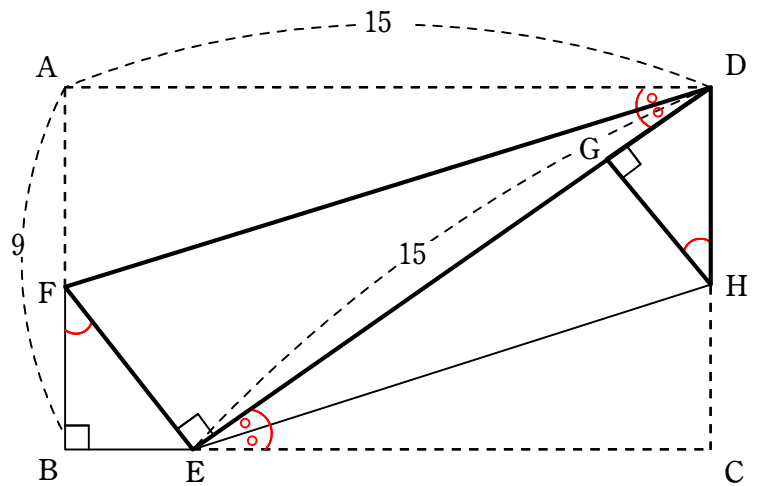
次に, $\triangle EID \sim \triangle EBF$ で, $BE = 3$ だから $FE = 3 \times \frac{5}{3} = 5$

求める面積の比は

$$\frac{\left(\frac{1}{2} \times FE \times ED\right)}{\triangle DFE} \div \frac{\left(\frac{1}{2} \times DG \times GH\right)}{\triangle DHG}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 15\right) \div \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right)$$

$$= \frac{25}{4}$$



センス UP!

線分の長さ 9, 15 があり, この比は 3 : 5

「3 辺の長さが 3 : 4 : 5 の直角三角形 (15 の辺が斜辺)」があるかもしれない と布石を打つ。